

ÉNONCÉ TD - MF1

EXERCICES À MAÎTRISER

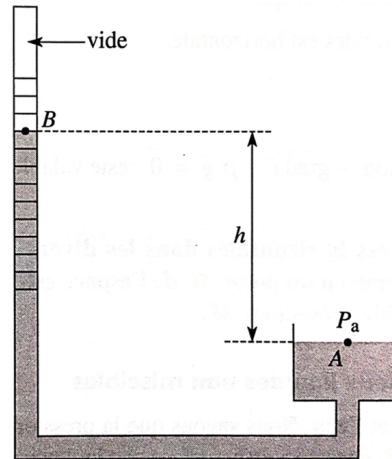
Ex. n°1 • Baromètre à mercure

☆☆☆

8488

On présente ci-dessous un baromètre à mercure, permettant de mesurer la pression atmosphérique. Le tube contient de l'eau de masse volumique ρ .

Exprimer la pression atmosphérique en fonction de ρ , g , et h .



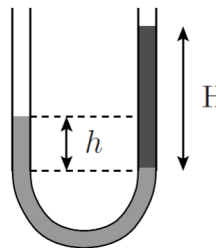
Ex. n°2 • Tube en U

☆☆☆

6015

On considère un tube en U rempli d'eau de masse volumique ρ_e . On ajoute $H = 20$ cm d'huile de masse volumique $\rho_h = 0,6 \times \rho_e$ dans une des branches du tube.

Déterminer la hauteur h .



Ex. n°3 • Barrage

☆☆☆

8066

Lorsqu'une paroi sert à contenir un liquide comme dans le cas d'un barrage par exemple, l'air exerce une pression égale à la pression atmosphérique P_0 d'un côté alors que le liquide exerce une pression $P_0 + \rho g z$ de l'autre côté de la paroi (avec z un axe descendant).

Un élément de surface du barrage de largeur L et de hauteur dz subit alors une force élémentaire :

$$d\vec{F} = (P_0 + \rho g z) L dz \vec{n} - P_0 L dz \vec{n} = \rho g z L dz \vec{n}$$

où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal à la surface du barrage dirigée vers l'air.

Déterminer l'expression de la résultante des forces de pression exercées sur le barrage dans le cas d'un barrage dont la paroi est un plan vertical de hauteur H .

Ex. n°4 • Fonte d'un glaçon

☆☆☆

1748

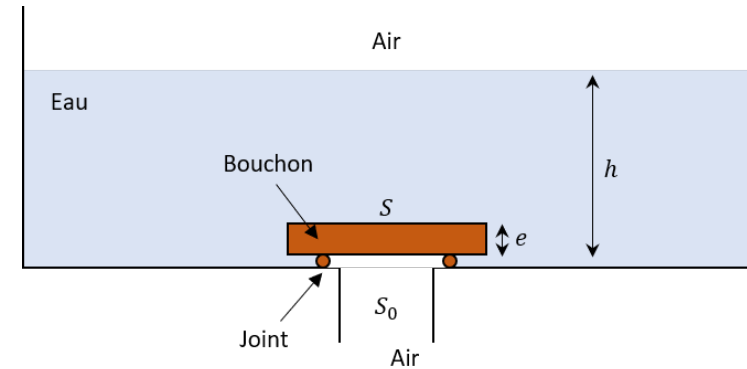
Un glaçon flotte dans un verre rempli à ras bord. Faut-il vider partiellement le verre pour éviter qu'il ne déborde lorsque le glaçon fond ?

Ex. n°5 • Bouchon d'évier

☆☆☆

9823

On tente de boucher un évier avec un bouchon de liège, cylindrique, d'aire S et d'épaisseur e . L'évier s'évacue par un trou de section $S_0 < S$ entouré d'un joint de caoutchouc qui assure l'étanchéité lorsque le bouchon est en place. On note ρ_ℓ et ρ_e les masses volumiques respectivement du liège et de l'eau. L'eau recouvre entièrement le bouchon, comme indiqué sur la figure. La pellicule d'eau située entre le fond et le bouchon a une épaisseur négligeable devant e . La pression atmosphérique est P_0 .



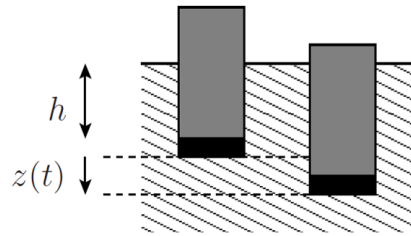
À quelle condition sur h le bouchon reste-t-il plaqué au fond ?

Ex. n°6 • Oscillations d'un bouchon de liège

☆☆☆

0619

Un bouchon homogène de forme cylindrique, de masse volumique ρ_b , de hauteur H et de section S , est lesté par une pastille de masse m fixée sur sa base inférieure et dont le volume est négligeable devant celui du bouchon.



1) Lorsque le bouchon est à l'équilibre, déterminer la relation liant h et les données de l'énoncé.

On enfonce le bouchon dans l'eau et on le lâche. Il se met à osciller.

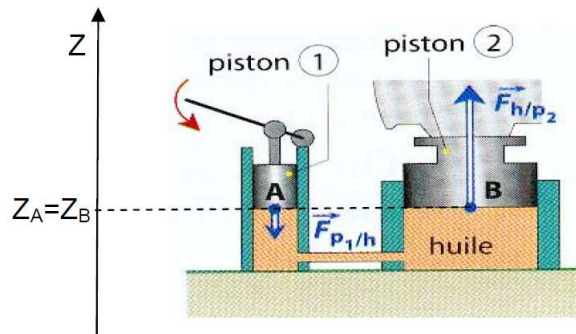
2) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la cote $z(t)$ mesurant le déplacement vers le bas du bouchon par rapport à sa position d'équilibre.

POUR ALLER PLUS LOIN

Ex. n°7 • Piston hydraulique

☆☆☆ 1445

La figure représente un cric hydraulique formé de deux pistons (1) et (2) de section circulaire. Sous l'effet d'une action sur le levier, le piston (1) agit, au point (A), par une force de pression $\vec{F}_{p1/h}$. L'huile agit, au point (B) sur le piston (2) par une force $\vec{F}_{h/p2}$.



Données :

- diamètres de chacun des pistons : $D_1 = 10 \text{ mm}$; $D_2 = 100 \text{ mm}$
- intensité de la force de pression en A : $\vec{F}_{p1/h} = 150 \text{ N}$

1) Déterminer la pression P_A de l'huile au point A.

2) Quelle est la pression P_B ?

3) En déduire l'intensité de la force de pression $\vec{F}_{h/p2}$.

Ex. n°8 • Cluster ballooning

☆☆☆ 8604

N'avez-vous jamais rêvé d'être porté dans le ciel par un énorme bouquet de ballons ? C'est le « cluster ballooning ». Le pilote porte un harnais auquel est attaché un très grand nombre de ballons de baudruche gonflés à l'hélium. Le contrôle est réalisé par le largage de lest pour monter, ou par éclatement des ballons pour descendre.

Données :

- Masse volumique de l'air : $\rho_a = 1,3 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$
- Masse volumique de l'hélium : $\rho_h = 0,18 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$
- Volume d'un ballon : $V_b = 2 \text{ m}^3$
- Masse de l'homme $m = 80 \text{ kg}$



Combien de ballons gonflés à l'hélium faut-il, au minimum, pour faire décoller un homme ?

Ex. n°9 • Pression au sommet de l'Éverest

☆☆☆ 9354

On considère que la température de l'air, assimilé à un gaz parfait, décroît linéairement avec l'altitude. Au niveau de la mer la température vaut $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ et au sommet de l'Éverest (altitude $h = 8850 \text{ m}$), elle vaut $T_1 = -40 \text{ }^\circ\text{C}$.

Donnée : primitive utile

$$\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{\ln(a+bx)}{b} + cte$$

1) Déterminer la loi de variation de la température avec l'altitude.

2) Établir la loi de variation de la pression avec l'altitude. En déduire la pression au sommet de l'Éverest en fonction de la pression au niveau de la mer.

POUR S'ENTRAÎNER AU DS

Ex. n°10 • Ascension d'un ballon sonde

☆☆☆ 2083

Un ballon-sonde, de masse m (sans compter la masse de gaz H_2), sert à emmener à haute altitude un appareillage en vue d'effectuer des mesures. L'axe (Oz) est choisi vertical ascendant avec O au niveau du sol.

L'enveloppe du ballon contient n moles de gaz parfait (H_2 , masse molaire $M_{\text{H}_2} = 2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$). L'atmosphère est assimilée à un gaz parfait, de masse molaire $M_{\text{air}} = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, en équilibre isotherme à la température $T_0 = 273 \text{ K}$. La pression atmosphérique est $P(z = 0) = P_0 = 1 \text{ bar}$ au niveau du sol et $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$. La pression dans le ballon est toujours égale à la pression extérieure.

- 1) Exprimer la force ascensionnelle F_z ressentie par le ballon en fonction de n , M_{air} , M_{H_2} , m et g .
- 2) Évaluer la quantité de matière minimale n_0 assurant le décollage de celui-ci pour $m = 50 \text{ kg}$, puis le volume V_0 correspondant, à l'altitude nulle de départ.

Le volume du ballon ne peut dépasser une valeur V_1 sans que celui-ci n'éclate.

- 3) Montrer que cela implique l'existence d'une altitude maximale atteinte par le ballon, z_1 , que l'on exprimera en fonction de n , n_0 , V_0 , V_1 et $H = \frac{RT_0}{M_{\text{air}}g}$.

En fait, le ballon possède une soupape qui lui permet, au-delà de l'altitude z_1 , d'évacuer du gaz à volume V_1 constant.

- 4) Exprimer alors $n(z)$, la quantité de matière dans le ballon, qui varie avec l'altitude.
- 5) Exprimer F_z en fonction de m , g , n_0 et $n(z)$.
- 6) Montrer que la force ascensionnelle s'annule alors pour une altitude $z_2 > z_1$. On pourra pour cela remarquer que n dépend de z .

ÉLÉMENTS DE CORRECTION

1

$P_{\text{atm}} = \rho gh$

2

$h = \frac{\rho_h}{\rho_e} H = 12 \text{ cm}$

3

$\vec{F} = \frac{\rho g L H^2}{2} \vec{n}$

4

Non

5

$h > \frac{Se}{S_0} \left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_0}\right)$

6

1) $h = \frac{m + \rho_b HS}{\rho_e S}$

2) $\ddot{z} + \frac{g}{h} z(t) = 0$

7

1) $P_A = \frac{F_{\text{p1/h}}}{\pi D_1^2/4} = 1,9 \times 10^6 \text{ Pa}$

2) $P_B = P_A$

3) $F_{\text{h/p2}} = F_{\text{p1/h}} \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 = 15 \text{ kN}$

8

$N > \frac{m}{(\rho_a - \rho_h) V} = 36$

9

1) $T(z) = T_0 + (T_1 - T_0) \frac{z}{h}$

2) $P(z) = P_0 \left(1 + \frac{\Delta T}{T_0} \times \frac{z}{h}\right)^{-Mg/b}$

10

1) $F_z = (n (M_{\text{air}} - M_{\text{H}_2}) - m) g$

2) $n_0 = \frac{m}{M_{\text{air}} - M_{\text{H}_2}} = 1,85 \times 10^3 \text{ mol}$ et $V_0 = \frac{n_0 RT_0}{P_0} = 42,0 \text{ m}^3$

3) $z_1 = H \ln\left(\frac{n_0 V_1}{n V_0}\right)$

4) $n(z) = \frac{P_0 V_1}{RT_0} e^{-z/H}$

5) $F_z = mg \left(\frac{n(z)}{n_0} - 1\right)$

6) $z_2 = H \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right)$